Задача 1.
На вершине столба высотой H = 2,0 м лежит тело массой M = 500 г. В него попадает летящая горизонтально пуля, имеющая массу m = 10 г и скорость υ_0 = 500 м/с. На каком расстоянии от подножия столба упадет тело с застрявшей в нем пулей? Трением тела о поверхность столба пренебречь.

Дано:
H = 2,0 м
M = 500 г = 0,5 кг
m = 10 г = 0,01 кг
υ_o = 500 м/с
s – ?

Решение:
Система «тело – пуля» не может быть замкнутой, так как на все тела действует сила тяжести, которая изменяет импульс по вертикали. Однако вдоль горизонтального направления сила тяжести не может изменять импульс, и сумма проекций импульсов тел на горизонтально направленную ось будет оставаться неизменной:

$$m\upsilon_o = (m + M)\upsilon$$

Движение тела с застрявшей в нем пулей складывается из горизонтального равномерного движения со скоростью υ и вертикального равноускоренного движения без начальной скорости с ускорением g. Запишем уравнения движения тела с застрявшей в нем пулей:

$$s = \upsilon t$$
$$H = gt^2/2$$

Решая систему трех уравнений, получаем выражение расстояния s через данные задачи:

$$s = \frac{m\upsilon o}{m+M}\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Подставим числовые значения и получим:

$$s = \frac{0{,}01\cdot 500}{0{,}51}\sqrt{\frac{2\cdot 2}{10}} = 6{,}2 \text{ м.}$$

Ответ: s = 6,2 м.

Задача 2.
С каким максимальным ускорением может двигаться вверх по наклонной дороге автомобиль, если угол наклона дороги к горизонту $\alpha = 30^0$, а коэффициент трения между колесами автомобиля и дорогой $\mu = 0{,}60$?

Дано:
$\alpha = 30^0$
μ = 0,60
a_{max} – ?

Решение:
Автомобиль разгоняется, используя третий закон Ньютона: мотор вращает колесо автомобиля, а оно вследствие этого толкает дорогу назад. При этом дорога толкает автомобиль вперед. На автомобиль, движущийся по наклонной дороге, действуют три силы – сила тяжести $m\boldsymbol{g}$, направленная отвесно вниз, сила нормальной реакции $\boldsymbol{N}$, направленная вверх перпендикулярно поверхности соприкосновения и сила трения покоя $\boldsymbol{F}_{\text{тр}}$, направленная вверх вдоль поверхности соприкосновения. Разложим силу тяжести на составляющие: вдоль движения $mgsin\alpha$ (ее называют скатывающей силой) и перпендикулярно движению $mgcos\alpha$ (она равна силе нормальной реакции). Ускорение автомобиля вызвано действием силы трения покоя и скатывающей силы. Максимальное ускорение будет при максимальной силе трения покоя ($F_{mp}^{max} = \mu N$).
Согласно второму закону Ньютона

$$\mu mgcos\alpha - mgsin\alpha = ma_{max},$$

откуда $\alpha_{max} = g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$.

Подставим числовые значения и получим:

$$\alpha_{max} = 10(0{,}6\cdot0{,}87 - 0{,}5) = 0{,}22 \text{ м/с}^2 = 22 \text{ см/с}^2.$$

Ответ: α_{max} = 22 см/с^2.

Задача 3.

За один и тот же промежуток времени первый маятник совершил N_1 = 20 колебаний, а другой N_2 = 10 колебаний. Определите длину второго маятника, если разность их длин Δl = 24 см.

Дано:
N_1 = 20
N_2 = 10
Δl = 24 см

l_2 – ?

Решение:

Период колебаний математического маятника зависит от длины нити и ускорения свободного падения и возрастает с увеличением длины нити:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Поэтому за один и тот же промежуток времени маятники разной длины совершат разное число колебаний:

$$N_1\cdot T_1 = N_2\cdot T_2$$

Первый маятник совершил больше колебаний, следовательно, длина его меньше

$$l_1 = l_2 - \Delta l$$

Решая систему трех уравнений, получаем выражение для l_2 через данные задачи:

$$l_2 = \frac{N_1^2\cdot\Delta l}{N_1^2 - N_2^2}$$

Подставим числовые значения и получим:

$$l_2 = \frac{400\cdot 24}{400-100} = 32 \text{ см.}$$

Ответ: l_2 = 32 см.

Задача 4.

На границе раздела двух жидкостей плотностью ρ_1 = 0,80 г/см^3 и ρ_2 = 1,0 г/см^3 плавает кубик плотность материала которого ρ = 0,85 г/см^3. Определите глубину его погружения во вторую жидкость.

Дано:
ρ_1 = 0,80 г/см^3
ρ_2 = 1,0 г/см^3
ρ = 0,85 г/см^3

h_2 – ?

Решение:

На кубик, плавающий на границе раздела двух жидкостей, действуют три силы – сила тяжести $m\boldsymbol{g}$, направленная отвесно вниз, сила давления $\boldsymbol{F_1}$, действующая на верхнюю грань кубика и сила давления $\boldsymbol{F_2}$, действующая на нижнюю грань кубика. Суммарная сила давления на боковые грани в силу симметрии равна нулю.

Силы давления, действующие на кубик, равны

$$F_1 = [P_a + \rho_1 g(h - h_1)]l^2, \qquad (1)$$

$$F_2 = (P_a + \rho_1 gh + \rho_2 gh_2)l^2, \qquad (2)$$

где h – высота столба жидкости плотностью ρ_1, h_1 – глубина погружения кубика в эту жидкость, h_2 – глубина погружения кубика в жидкость плотностью ρ_2, l – высота ребра кубика.

Очевидно $\qquad h_1 = l - h_2 \qquad (3)$

Сила тяжести $\qquad mg = \rho gl^3. \qquad (4)$

По условию задачи кубик плавает, следовательно, векторная сумма сил равна нулю:

$$\boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2} + m\boldsymbol{g} = 0.$$

Модуль этой векторной суммы:

$$F_1 - F_2 + mg = 0. \qquad (5)$$

Подставив (1), (2). (3), (4) в выражение (5), находим глубину погружения h_2:

$$h_2 = \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \cdot l.$$

Подставим числовые значения и получим:

$$h_2 = \frac{0{,}85 - 0{,}8}{1{,}0 - 0{,}8} \cdot l = 0{,}25l.$$

Ответ: Кубик погрузился в воду на четверть своего объема.

Задача 5.

Найдите мощность, выделяемую во внешней цепи, состоящей из двух одинаковых сопротивлений, если известно, что на сопротивлениях выделяется одна и та же мощность как при последовательном, так и при параллельном их соединении. Источником служит элемент с ЭДС ε = 9,0 В и внутренним сопротивлением r = 1,0 Ом. Как и почему выгоднее соединять эти сопротивления?

Дано: | *Решение*:

ε = 9,0 В
r = 1,0 Ом
____
P − ?.

Мощность тока, выделяемая на внешнем участке цепи $P = I^2R_{\text{вн}}$, где I − сила тока в цепи, $R_{\text{вн}}$ – сопротивление внешнего участка цепи. При последовательном соединении двух одинаковых сопротивлений $R_{\text{вн}} = 2R$, а при параллельном их соединении – $R_{\text{вн}} = R/2$. Сила тока в цепи при последовательном соединении сопротивлений $I_{\text{посл}} = \frac{\varepsilon}{2R+r}$, а при параллельном их соединении − $I_{\text{пар}} = \frac{2\varepsilon}{R+2r}$.

Согласно условию задачи $\qquad P_{\text{посл}} = P_{\text{пар}}$

Подставим в это уравнение выражения для токов и сопротивлений

$$\frac{\varepsilon^2 2R}{(2R+r)^2} = \frac{4R\varepsilon^2}{2(R+2r)^2}$$

получаем $\qquad 2R + r = R + 2r$

откуда $\qquad R = r$

Следовательно, $\qquad P = \frac{2\varepsilon^2}{9r}$

Подставим числовые значения и получим:

$$P = \frac{2\cdot 81}{9\cdot 1} = 18 \text{ Вт}$$

При этом тепловые потери будут разные. При параллельном соединении сопротивлений ток, текущий через источник в два раза больше, чем при последовательном их соединении и, следовательно, мощность тепловых потерь будет в четыре раза больше. Поэтому эти сопротивления выгоднее соединять последовательно.

Ответ: P = 18 Вт, последовательно.

Задача 6.

Предмет помещают на расстоянии $d = 4F$ от линзы. Определите, во сколько раз изображение предмета на экране меньше самого предмета. Постройте изображение предмета, полученного на экране с помощью линзы.

Дано: *Решение*:

$d = 4F$

Γ – ?

Изображение предмета на экране можно получить только с помощью собирающей линзы. Если предмет находится дальше двойного фокусного расстояния, то его изображение будет действительным перевернутым и уменьшенным. Формула собирающей линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

где d – расстояние от предмета до линзы, f – расстояние от линзы до изображения, F – фокусное расстояние линзы.

Увеличение линзы равно:

$$\Gamma = \frac{f}{d}.$$

Подставляя значение d в формулу линзы, находим значение f:

$$f = \frac{4}{3}F.$$

Следовательно, $\Gamma = 1/3$.

Ответ: Линза дает действительное изображение предмета, уменьшенное в три раза.